The XIth International Conference on Electromechanics, Electrotechnology and Electromantrial Science. Krim, Alushta, 2006.
Труды МКЭЭЭ–2006, стр. 291–292.

(Челябинск, Южноуральский госуниверситет) Лохов С.П.

УПУЩЕННЫЙ МЕТОД ЭЙЛЕРА ИЛИ ЧАСТНЫЙ СЛУЧАЙ ИЗВЕСТНОГО МЕТОДА?

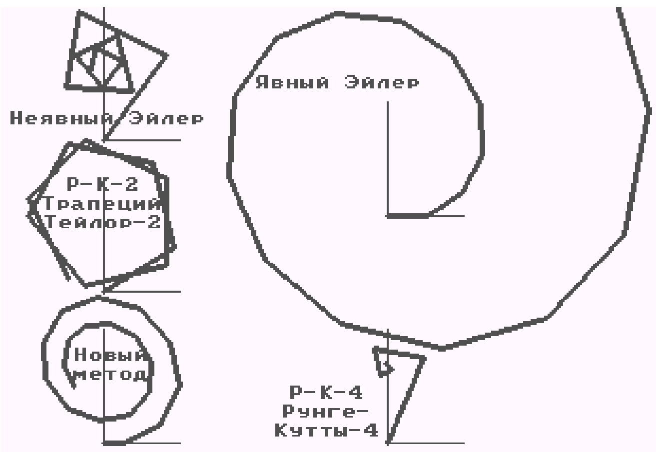
Рассмотрим предлагаемый метод на примере программы циклического решения дифуравнения $T\frac{dy}{dt}+y=x(t)$ с шагом st, выводом графика graf():

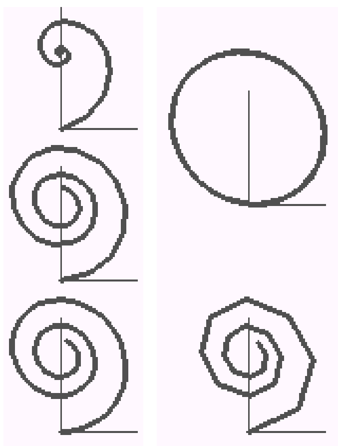
Sycle: $\frac{dy}{dt}* = \frac{dy}{dt}$; (1) $y = y + \frac{dy}{dt}st$; (2) $\frac{dy}{dt} = [\,x(t+st) - y]/T$; (3)

$y = y + (0.5\frac{dy}{dt} - 0.5\frac{dy}{dt}*)st$; (4) $t=t+st$; (5) graf(); (6) goto Sycle; (7)

Производные понимаются как две переменные, в реальной программе они обозначаются, например, *dy* и *dy_* . И это вся суть нового метода!

Надо оценить новизну, эффективность метода, найти ему место в принятой классификации методов. Шаг вперед (прогноз) при расчете производной (3) относит метод к **неявным**. Использование средних значений производных на краях импульсного интервала (4) роднит его с методом трапеций, при котором производные рассчитываются дважды на интервале. Дважды за шаг рассчитываются производные при неявном методе Эйлера, дважды (один раз производные 1-го порядка, второй раз – 2-го) – при Тейлоре-2, дважды – при Рунге-Кутты-2 (Р-К-2) и четырежды – при всеми любимом методе Рунге-Кутты-4 (Р-К-4). Сравнение можно проводить при разных ограничительных условиях эквивалентности. Здесь





трудоемкость расчета определяется числом обращений к решению системы дифуравнений. Тогда метод Эйлера надо сравнивать с предлагаемым методом на том же шаге *st*, с Р-К-4 при шаге 4*st*, а с прочими выше упомянутыми методами при 2*st*, как это показано на рисунках. На левом обозначены методы решения. На рисунках показаны фазовые диаграммы (точки решения соединены прямыми) тока емкости по горизонтали и напряжения на ней по вертикали в колебательной последовательной *RLC* цепи при ее подключении к постоянному напряжению при шагах *st* = 0.525 слева и *st* = 0.2 справа. Здесь важно соотношения шагов, а не их конкретные значения. Три почти одинаковые «улитки» справа показывают **вид** точного решения. В математике принято сравнивать методы по точности решения на одном шаге. Инженеров больше интересует глобальная устойчивость решения и его **вид**. На левом рисунке шаг подобран под нерасходящееся неустойчивое решение тремя методами, на правом рисунке под такое же для явного метода Эйлера. Интересно, что здесь неявный Эйлер дает устойчивое решение, от которого инженер откажется. При шаге *st* = 0.04 «улитка явного Эйлера» приближается к точному решению, а при шаге *st* = 0.02 все методы дают одинаковые «улитки». Проверка нового метода на системе дифуравнений для асинхронного двигателя в естественных и заторможенных осях также показала возможность увеличения шага решения на порядок по сравнению с явным Эйлером на границах инженерной приемлемости решений. В сравнении с прочими методами новый также дал более приятные решения, как это показано на левом рисунке, где все решения не точны. Интересны эксперименты с вариацией коэффициентов в формуле (4). Критерии эквивалентности с методом обратных разностей пока не ясны. Простота и эффективность предлагаемого метода требует объяснений причин его столь длительной незамеченности со времен Эйлера.