

УДК 621.3827233: 621.311.031

ВОЗМОЖНОСТИ ОПТИМИЗАЦИИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ
ТРЕХПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ С ПОМОЩЬЮ КОМПЕНСАТОРОВ

С.П.Лохов, Южноуральский государственный университет

С незначительными правками и пояснениями читателям предоставляется **перепечатка статьи 1984 года** из местного сборника вузовских трудов [6], которая до сих пор актуальна, но не была в свое время опубликована в центральной печати. Статья интересна общностью подхода, **результаты справедливы для любых форм напряжений фаз сети**. Первый вариант оптимизации переносит однофазные идеи С.Фризе на рассмотренный трехфазный случай. В своей статье [1] Фризе указал, что это просто сделать, но не сделал. Второй вариант получился самым сложным для анализа из-за незаземленного нуля. Особый интерес представляет анализ энергообменных процессов между фазами в чистом виде (третий вариант), что позволяет, например, генерировать или потреблять реактивную мощность без накопителей. Сам этот факт не только известен, но и использовался рядом ученых в явном виде [5], хотя и является откровением для большинства. Именно этим эффектом объясняется небаланс реактивных мощностей на первичной и вторичной сторонах непосредственных преобразователей частоты (НПЧ) [7], известных компенсированных выпрямителей А.В.Орловского, И.М.Чиженко, Ю.И.Хохлова. В последних сложных преобразователях присутствуют все три варианта рассмотренных возможностей. Альтернативной межфазному обмену является «теория частотного преобразования реактивной мощности» [7], сторонникам которой я рекомендую предложить хотя бы одну однофазную схему с эффектом такого преобразования. Впрочем, если включить в анализ процессов в НПЧ или в схеме на рис. 3 токи и напряжения вентилях, то классический баланс интегральных реактивных мощностей из курса ТОЭ сойдется, небаланс возьмут на себя вентили или идеальные ключи. Поверхностный анализ процессов в этой схеме **впервые определяет форму тока, претендующую на реактивную. Она получается по форме противофазного линейного напряжения**, а не через почти «общепринятые» интегральные операции сдвига, интегрирования или преобразования Гильберта. Практик возмутится: «Да во всех варметрах так делается». Это правда, и это показано (не доказано!) в курсе ТОЭ для синусоидальных форм, а не для общего случая. Поэтому предложенное здесь совпадает с общеизвестным частным случаем, а наши варметры измеряют не «реактивную мощность» (никто еще не дал ей общего определение), а мощность, которую можно было бы компенсировать межфазным энергообменом. Интересны рассуждения после формулы (33) о возможности определения мгновенной (не интегральной [8]) межфазно-обменной мощности. Идею можно использовать в

быстродействующих транзисторных компенсаторах (фильтрах, активных выпрямителей, корректорах активной мощности). Статья [6] насыщена формулами, при этом сложные преобразования перед формулами (21), (22) еще и опущены, но результаты получились простыми, наглядными и красивыми, которые должны с удовольствием прочитать читатели, даже не уважающие математику.

Июль, 2004. Автор

Минимизация потерь энергии в промышленных сетях является одной из главных задач оптимизации энергетических режимов. Если принять активные сопротивления линий одинаковыми и частотонезависимыми, пренебречь влиянием потерь напряжения на электроприемники, то в сетях без нулевого провода (рис. 1)

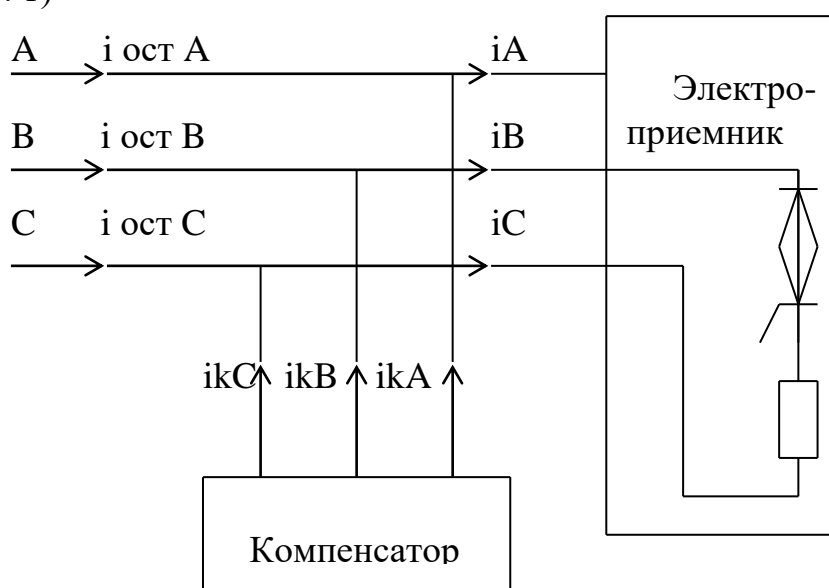


Рисунок 1. Сеть с электроприемником и компенсатором

поставленная задача сведется к минимизации действующих значений токов или функционала вида

$$P_k = \frac{1}{T} \int_0^T (i_{ост.A}^2 + i_{ост.B}^2 + i_{ост.C}^2) dt = \min \quad (1)$$

Где

$$i_{ост.A} = i_A - i_{kA}; \quad i_{ост.B} = i_B - i_{kB}; \quad i_{ост.C} = i_C - i_{kC} \quad (2)$$

– остаточные токи линий после компенсации токов электроприемника i_A , i_B , i_C токами компенсатора (рис. 1) i_{kA} , i_{kB} , i_{kC} [1, 2]. Здесь I^2 – одна величина с размерностью Амперы в квадрате, которую можно было бы обозначить одной буквой, например, L. То есть «2» понимается как верхний индекс при одной букве. Позднее этот прием будет использован в работе [8].

Для сети с произвольными по форме и величине фазными

$$u_A + u_B + u_C = 0 \quad (3)$$

и линейными

$$u_{AB} = u_A - u_B; \quad u_{BC} = u_B - u_C; \quad u_{CA} = u_C - u_A \quad (4)$$

напряжениями без нулевого провода, что сразу определяет уравнения балансов токов

$$i_A + i_B + i_C = 0; \quad i_{kA} + i_{kB} + i_{kC} = 0, \quad (5)$$

можно синтезировать множество схем компенсаторов с произвольно изменяемыми мгновенными значениями токов [3]. Компенсатор как оптимизирующее устройство, которое почти не потребляет энергии, может быть выполнено в трех вариантах.

I. Внутри периода возможны накопление и возврат энергии (есть накопитель) и возможен обмен энергией между фазами, что выражается интегральным уравнением

$$P_k = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T (u_A \cdot i_{kA} + u_B \cdot i_{kB} + u_C \cdot i_{kC}) dt = 0 \quad (6)$$

II. Возможно накопление энергии, но невозможен ее межфазный обмен (есть накопители в каждой фазе), что выражается интегральными уравнениями

$$P_{kA} = \frac{1}{T} \int_0^T u_A i_{kA} dt = 0; \quad P_{kB} = \frac{1}{T} \int_0^T u_B i_{kB} dt = 0;$$

$$P_{kC} = \frac{1}{T} \int_0^T u_C i_{kC} dt = 0. \quad (7)$$

III. Накопление энергии невозможно, но есть межфазный обмен, что выражается уравнением для мгновенных значений

$$p_k = u_A \cdot i_{kA} + u_B \cdot i_{kB} + u_C \cdot i_{kC} = 0. \quad (8)$$

В первом варианте выполнения компенсатора минимизация функционала (1), (2) представляет собой вариационную задачу с конечной (5) и изопериметрической (6) связями, для решения которой формируется вспомогательная функция [4]

$$F^* = (i_A - i_{kA})^2 + (i_B - i_{kB})^2 + (i_C - i_{kC})^2 +$$

$$+ \lambda_1 \cdot (u_A \cdot i_{kA} + u_B \cdot i_{kB} + u_C \cdot i_{kC}) + \lambda_2(t) \cdot (i_{kA} + i_{kB} + i_{kC}) \quad (9)$$

с постоянным λ_1 и переменным $\lambda_2(t)$ неопределенными множителями (Лагранжа) и составляет система уравнений

$$dF^*/di_{kA} = -2 \cdot (i_A - i_{kA}) + \lambda_1 \cdot u_A + \lambda_2(t) = 0;$$

$$dF^*/di_{kB} = -2 \cdot (i_B - i_{kB}) + \lambda_1 \cdot u_B + \lambda_2(t) = 0; \quad (10)$$

$$dF^*/di_{kC} = -2 \cdot (i_C - i_{kC}) + \lambda_1 \cdot u_C + \lambda_2(t) = 0;$$

После почленного сложения уравнений системы с учетом соотношений (3), (5)

$$\begin{aligned} P_s &= \frac{1}{T} \int_0^T u_A i_A + u_B i_B + u_C i_C dt = \\ &= \frac{\lambda_1}{2T} \int_0^T (u_A^2 + u_B^2 + u_C^2) dt, \end{aligned} \quad (12)$$

получается $\lambda_2(t) = 0$ и остаточные после компенсации токи

$$i_{\text{ост.А}} = \lambda_1 \cdot u_A / 2; \quad i_{\text{ост.В}} = \lambda_1 \cdot u_B / 2; \quad i_{\text{ост.С}} = \lambda_1 \cdot u_C / 2 \quad (11)$$

без сдвига по фазе повторяют форму фазных напряжений сети с одинаковым коэффициентом пропорциональности. Если учесть, что общая (суммарная трех фаз) мощность электроприемника не изменяется при работе компенсатора, то коэффициент пропорциональности выражается через общую среднюю мощность и действующие значения фазных напряжений

$$\lambda_1 / 2 = P_s / (U_A^2 + U_B^2 + U_C^2). \quad (13)$$

Обозначения P_s , p_s , U_s , u_s введены при перепечатке для упрощения записей, – автор. Минимальное значение функционала (1) для первого варианта выполнения компенсатора

$$I_{1 \text{ мин}}^2 = P_s^2 / (U_A^2 + U_B^2 + U_C^2). \quad (14)$$

Указанный компенсатор реализует предельные возможности трехфазной компенсации, а получающиеся остаточные токи (11) с действующими значениями

$$I_{\text{ост.А}} = \lambda_1 \cdot U_A / 2; \quad I_{\text{ост.В}} = \lambda_1 \cdot U_B / 2; \quad I_{\text{ост.С}} = \lambda_1 \cdot U_C / 2, \quad (15)$$

определяются как активные составляющие токов несимметричной нелинейной многофазной нагрузки.

Во **втором варианте** выполнения компенсатора решается аналогичная задача, но с заменой одной изопериметрической связи (6) тремя связями (7). Вспомогательная функция имеет вид

$$\begin{aligned} F^* &= (i_A - i_{kA})^2 + (i_B - i_{kB})^2 + (i_C - i_{kC})^2 + \\ &+ \lambda_A \cdot u_A \cdot i_{kA} + \lambda_B \cdot u_B \cdot i_{kB} + \lambda_C \cdot u_C \cdot i_{kC} + \\ &+ \lambda_0(t) \cdot (i_{kA} + i_{kB} + i_{kC}), \end{aligned} \quad (16)$$

а соответствующая ей система уравнений с уравнением (5)

$$\begin{aligned} dF^*/di_{kA} &= -2 \cdot (i_A - i_{kA}) + \lambda_A \cdot u_A + \lambda_0(t) = 0; \\ dF^*/di_{kB} &= -2 \cdot (i_B - i_{kB}) + \lambda_B \cdot u_B + \lambda_0(t) = 0; \\ dF^*/di_{kC} &= -2 \cdot (i_C - i_{kC}) + \lambda_C \cdot u_C + \lambda_0(t) = 0; \\ i_{kA} + i_{kB} + i_{kC} &= 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Решение системы имеет вид

$$\begin{aligned} \lambda_0(t) &= -(\lambda_A \cdot u_A + \lambda_B \cdot u_B + \lambda_C \cdot u_C)/3; \\ i_{ост.A} &= +\lambda_A \cdot u_A/3 - \lambda_B \cdot u_B/6 - \lambda_C \cdot u_C/6; \\ i_{ост.B} &= -\lambda_A \cdot u_A/6 + \lambda_B \cdot u_B/3 - \lambda_C \cdot u_C/6; \\ i_{ост.C} &= -\lambda_A \cdot u_A/6 - \lambda_B \cdot u_B/6 + \lambda_C \cdot u_C/3, \end{aligned} \quad (18)$$

где, однако, не так просто найти неопределенные множители. Для нахождения последних надо выразить фазные мощности P_A , P_B , P_C через интегралы за период мгновенных мощностей, например, $u_A \cdot i_{ост.A}$, заменив получающиеся при этом произведения, например, $u_A \cdot u_B$ выражениями

$$\begin{aligned} u_A \cdot u_B &= (u_C^2 - u_A^2 - u_B^2)/2; \\ u_B \cdot u_C &= (u_A^2 - u_B^2 - u_C^2)/2; \\ u_C \cdot u_A &= (u_B^2 - u_C^2 - u_A^2)/2, \end{aligned} \quad (19)$$

что после интегрирования приводит к системе уравнений

$$\begin{aligned} 3 \cdot P_A &= \lambda_A \cdot U_A^2 + \lambda_B \cdot (U_B^2 + U_A^2 - U_C^2)/4 + \lambda_C \cdot (U_C^2 + U_A^2 - U_B^2)/4; \\ 3 \cdot P_B &= \lambda_A \cdot (U_A^2 + U_B^2 - U_C^2)/4 + \lambda_B \cdot U_B^2 + \lambda_C \cdot (U_C^2 + U_B^2 - U_A^2)/4; \\ 3 \cdot P_C &= \lambda_A \cdot (U_A^2 + U_C^2 - U_B^2)/4 + \lambda_B \cdot (U_B^2 + U_C^2 - U_A^2)/4 + \lambda_C \cdot U_C^2. \end{aligned} \quad (20)$$

Определитель данной системы

$$\begin{aligned} \Delta &= 3 \cdot (6 \cdot U_A^2 \cdot U_B^2 \cdot U_C^2 - U_A^6 - U_B^6 - U_C^6 + U_A^4 \cdot U_B^2 + U_A^4 \cdot U_C^2 + \\ &+ U_B^4 \cdot U_A^2 + U_B^4 \cdot U_C^2 + U_C^4 \cdot U_A^2 + U_C^4 \cdot U_B^2)/32, \end{aligned} \quad (21)$$

а значение $\Delta \lambda_A$ для расчета $\lambda_A = \Delta \lambda_A / \Delta$ имеет вид

$$\begin{aligned} \Delta \lambda_A &= 3 \cdot P_A \cdot [14 \cdot U_B^2 \cdot U_C^2 - U_A^4 - U_B^4 - U_C^4 + 2 \cdot U_A^2 \cdot (U_B^2 + U_C^2)]/16 + \\ &+ 3 \cdot P_B \cdot [5 \cdot U_C^4 - U_A^4 - U_B^4 + 2 \cdot U_A^2 \cdot U_B^2 - 4 \cdot U_C^2 \cdot (U_A^2 + U_B^2)]/16 + \\ &+ 3 \cdot P_C \cdot [5 \cdot U_B^4 - U_A^4 - U_C^4 + 2 \cdot U_A^2 \cdot U_C^2 - 4 \cdot U_B^2 \cdot (U_A^2 + U_C^2)]/16. \end{aligned} \quad (22)$$

Формулы для $\Delta \lambda_B$ и $\Delta \lambda_C$ могут быть получены из формулы (22) по законам симметрии записи. Если нарушить общность и перейти к упрощенному варианту с одинаковыми действующими значениями фазных напряжений $U_A = U_B = U_C = U$, что однако не требует одинаковых и симметричных форм напряжений по фазам, то при обозначении

$$U_s^2 = U_A^2 + U_B^2 + U_C^2 = 3 \cdot U^2$$

решения (21), (22) упростятся

$$\begin{aligned}\lambda_A &= 2 \cdot (5 \cdot P_A - P_B - P_C) / U_s^2; \\ \lambda_B &= 2 \cdot (5 \cdot P_B - P_C - P_A) / U_s^2; \\ \lambda_C &= 2 \cdot (5 \cdot P_C - P_A - P_B) / U_s^2.\end{aligned}\quad (23)$$

После подстановки в формулы (18)

$$\begin{aligned}i_{\text{ост.А}} &= [3 \cdot P_A \cdot u_A - (P_B - P_C) \cdot u_{BC}] / U_s^2; \\ i_{\text{ост.В}} &= [3 \cdot P_B \cdot u_B - (P_C - P_A) \cdot u_{CA}] / U_s^2; \\ i_{\text{ост.С}} &= [3 \cdot P_C \cdot u_C - (P_A - P_B) \cdot u_{AB}] / U_s^2.\end{aligned}\quad (24)$$

Квадраты действующих значений остаточных токов

$$\begin{aligned}I_{\text{ост.А}}^2 &= [3 \cdot P_A^2 + (P_B - P_C)^2] / U_s^2; \\ I_{\text{ост.В}}^2 &= [3 \cdot P_B^2 + (P_C - P_A)^2] / U_s^2; \\ I_{\text{ост.С}}^2 &= [3 \cdot P_C^2 + (P_A - P_B)^2] / U_s^2,\end{aligned}\quad (25)$$

а минимальное значение функционала (1) для второго варианта получается первого (14)

$$I_{2 \text{ мин}}^2 = I_{1 \text{ мин}}^2 + 2 \cdot [(P_A - P_B)^2 + (P_B - P_C)^2 + (P_C - P_A)^2] / U_s^2. \quad (26)$$

Оно совпадает с первым только при одинаковых фазных мощностях.

В **третьем варианте** выполнения компенсатора минимизация функционала (1), (2) производится только при конечных связях (5), (8). Вспомогательная функция имеет вид

$$\begin{aligned}F^* &= (i_A - i_B)^2 + (i_B - i_C)^2 + (i_C - i_A)^2 + \lambda_1(t) \cdot (u_A \cdot i_{kA} + u_B \cdot i_{kB} + u_C \cdot i_{kC}) + \\ &+ \lambda_2(t) \cdot (i_{kA} + i_{kB} + i_{kC}),\end{aligned}\quad (27)$$

в ней в отличие от (9) все неопределенные множители являются переменными.

Функции соответствует система уравнений

$$\begin{aligned}dF^* / di_{kA} &= -2 \cdot (i_A - i_{kA}) + \lambda_1(t) \cdot u_A + \lambda_2(t) = 0; \\ dF^* / di_{kB} &= -2 \cdot (i_B - i_{kB}) + \lambda_1(t) \cdot u_B + \lambda_2(t) = 0; \\ dF^* / di_{kC} &= -2 \cdot (i_C - i_{kC}) + \lambda_1(t) \cdot u_C + \lambda_2(t) = 0; \\ u_A \cdot i_{kA} + u_B \cdot i_{kB} + u_C \cdot i_{kC} &= 0; \\ i_A + i_B + i_C &= 0.\end{aligned}\quad (28)$$

После почленного сложения уравнений системы получается, что $\lambda_2(t) = 0$, а решения принимают вид

$$i_{\text{ост.А}} = \lambda_1(t) \cdot u_A / 2; \quad i_{\text{ост.В}} = \lambda_1(t) \cdot u_B / 2; \quad i_{\text{ост.С}} = \lambda_1(t) \cdot u_C / 2; \quad (29)$$

$$\lambda_1(t) / 2 = (u_A \cdot i_A + u_B \cdot i_B + u_C \cdot i_C) / u_s^2 = p_s / u_s^2, \quad (30)$$

где $u_s^2 = u_A^2 + u_B^2 + u_C^2$ – сумма мгновенных квадратов напряжений в отличии от квадратов действующих. Токи самого компенсатора после некоторых преобразований удобно выразить через линейные напряжения (4)

$$i_{kA} = \lambda_3(t) \cdot u_{BC}; \quad i_{kB} = \lambda_3(t) \cdot u_{CA}; \quad i_{kC} = \lambda_3(t) \cdot u_{AB}; \quad (31)$$

$$\lambda_3(t) = (i_A \cdot u_{BC} + i_B \cdot u_{CA} + i_C \cdot u_{AB}) / (u_{AB}^2 + u_{BC}^2 + u_{CA}^2). \quad (32)$$

Минимальное значение функционала (1) для третьего варианта выполнения компенсатора определяется мгновенные значения суммарной мощности и фазных напряжений формулой

$$I_{3\min}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{P_s^2}{u_s^2} dt \quad (33)$$

Для некоторых сетей заданы такие фазные напряжения, что знаменатель в последней формуле равен постоянной величине, например, для симметричной синусоидальной сети в любой момент времени сумма $u_A^2 + u_B^2 + u_C^2 = 3 \cdot U^2$ постоянна, тогда формула (33) отличается от формулы (14) тем, что в первой используется среднее значение квадрата мгновенной мощности, а во второй - квадрат среднего значения мгновенной мощности. Когда сумма мгновенных мощностей электроприемника всегда постоянна, эффект от применения компенсаторов по первому и третьему вариантам получается одинаковым. Для управления компенсатором по третьему варианту требуется информация только о текущих мгновенных значениях токов и напряжений, поэтому быстрдействие компенсатора получается предельным (но менее эффективным по сравнению с первым вариантом). Прочие компенсаторы управляются в функции интегральных показателей токов и напряжений, поэтому они еще на информационном уровне являются инерционными.

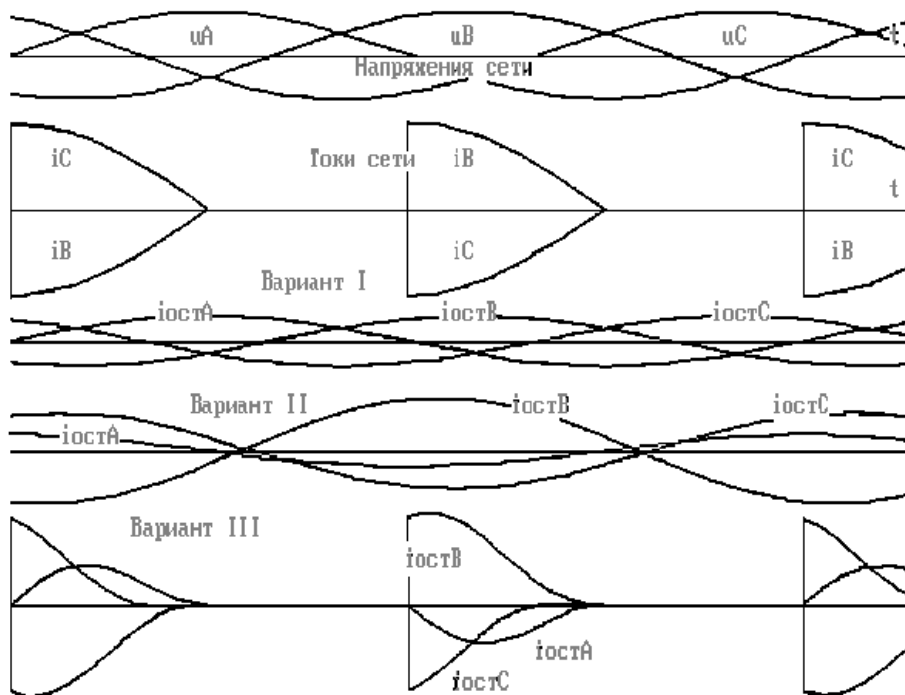


Рисунок 2. Диаграммы напряжения сети, токов электроприемника, остаточных токов при I, II, III вариантах выполнения компенсатора

На рис. 2 показано, какие получаются остаточные токи при работе компенсаторов всех трех вариантов.

Компенсатор с накопителем в фазах может быть построен на основе, например, схемы [3]. Межфазный обмен энергии может быть осуществлен трансформаторами и автотрансформаторами с возможно более плавным и быстродействующим изменением коэффициентов трансформации, что уже применяется в регуляторах [5].

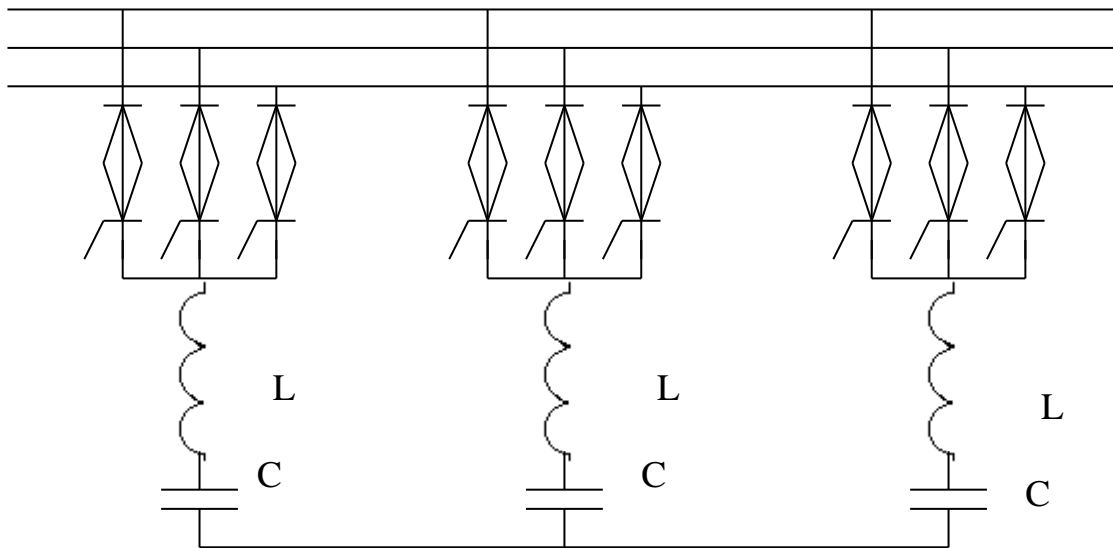


Рисунок 3. Пример выполнения компенсатора по III варианту

Интересен вариант с управляемым принудительным переносом энергии маленькими порциями, осуществляемый в схеме (рис. 3). Каждая накопительная цепочка L, C вентильным коммутатором по очереди подключается к разным фазам на один полный перезаряда однонаправленным током. Пусть цепочка с напряжением U_0 на емкости подключается к напряжению u . Тогда в середине процесса перезаряда ток достигает амплитудного значения $I_m = 2 \cdot (u - U_0) \cdot \sqrt{C/L}$, а в конце на емкости напряжение достигнет величины $U_1 = 2 \cdot u - U_0$. При большой частоте подключений к фазным напряжениям с прямой последовательностью чередования фаз амплитуды токов перезаряда в каждой фазе определяется формулами

$$I_{mA} = 2 \cdot u_{BC} \cdot \sqrt{C/L}; \quad I_{mB} = 2 \cdot u_{CA} \cdot \sqrt{C/L}; \quad I_{mC} = 2 \cdot u_{AB} \cdot \sqrt{C/L}. \quad (34)$$

Токи будут повторять формы противофазных линейных напряжений, не потреблять энергии за цикл, а по характеру будут опережающими. При обратном чередовании фаз токи получают отстающими. При неограниченном уменьшении величины L и C и неограниченном увеличении частоты коммутации схема может производить управляемый межфазный обмен энергии без ее накопления. При абсолютно одинаковых условиях работы емкости, индуктивности и вентилей, но разной последовательности чередования фаз

получаются режимы с отстающими и опережающими токами, но только при условии баланса мгновенных мощностей. Как видно из сравнения, формулы (31) и (34) совпадают с точностью до коэффициента. Величину эквивалентного коэффициента в формуле (34) можно регулировать, например, изменяя частоту коммутации.

Приведенный поверхностный анализ выполнен в предположении заземления нуля схемы на рис. 3, что противоречит заголовку статьи, но можно подключать LC-цепочки на схеме к линейным напряжениям. Тогда неточность анализа будет устранена, а в формуле (34) линейные токи будут компенсироваться токами с формами фазных напряжений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fryze S. Wirk-, Blind- und Scheinleistung in elektrischen Stromkreisen mit nichtsinusfomigen Verlauf von Strom und Spannung. – Elektrotechnische Zeitschrift, 1932, Н. 25, 26, 29.

2. Замаев Б.С., Райхман Э.Н. Электропривод и автоматизация промышленных установок. – М.: ВИНТИ, 1977. В кн.: Влияние тиристорных электроприводов на электроснабжающие сети. Итоги науки и техники. – 93 с.

3. А.с. N 556550 (СССР). Способ управления вентильным преобразователем/ М.В.Гельман, С.П.Лохов, А.Н.Рыжков. – Оpubл. в бюлл., 1977, N 16.

4. Гноенский Л.С., Каменский Г.А., Эльсгольц Л.Э. Математические основы теории управляемых систем. – М.: Наука, 1969. – 512 с.

5. Sarv V. Harmonic reduction in ac voltage controllers by means of interphase transformation-ratio modulation. – Известия АН ЭССР, 1983, т. 32, N1.

Более поздние ссылки

6. Лохов С.П. Возможности оптимизации энергетических режимов трехпроводных сетей с помощью компенсаторов. – В сб. Исследование автоматизированных электроприводов, электрических машин и вентильных преобразователей: Тематический сборник научных трудов. Челябинск: ЧПИ, 1984. – С. 104–112.

7. Feinberg R. Das verhaltnis von primar- zu sekundar- blindleistung bei hukkurven-umrichtern. – Elektrotecnic und Maschinenbau, Wien, 20, 1933, Н. 34. – С.457–460.

8. Лохов С.П. Аддитивные составляющие квадрата полной мощности нелинейной однофазной цепи периодического напряжения // Известия РАН. Энергетика. 2002, N4. – С. 74–82.