## Расчет естественных характеристик двигателей

С помощью естественной характеристики оценивают возможности двигателя при его работе в механической системе:

- выдерживать предельные значения тока (момента), которые двигатель может развивать кратковременно;
  - обеспечивать перевод двигателя в генераторный режим и др.

Расчет естественной характеристики выполняют аналитическим, графическим графоаналитическим Наиболее ИЛИ методами. изображением естественной характеристики двигателя является ее каталожная кривая. При наличии каталожной кривой отпадает необходимость в расчете характеристики, лишь иногда для получения на базе естественной характеристики характеристик приходится линеаризировать естественную искусственных характеристику на рабочем участке.

## **Д.1** Естественные характеристики двигателя независимого возбуждения

Каталожными данными двигателя независимого возбуждения являются номинальные данные:

 $U_{H}$  – номинальное напряжение на якоре, В;

 $P_{H}$  – номинальная мощность на валу, кВт;

 $I_{H}$  – номинальный ток якорной цепи, А;

 $n_{\rm H}$  — номинальная частота вращения, об/мин, а также

 $n_{\textit{макс}}$  – максимальная допускаемая частота вращения, об/мин;

 $M_{\text{макс}}$  – максимальный вращающий момент, кГм;

 $J_{\partial 6}$  – момент инерции якоря, кгм $^2$  (или  ${
m GD}^2 = 4~{
m J}_{
m ДB}$  – маховый момент).

В каталогах некоторых серий двигателей (в частности, крановометаллургической серии Д) и справочниках [18,21,24] приводятся:

 $2p_n$  – число полюсов;

N — число активных проводников якоря;

2а - число параллельных ветвей якоря;

 $r_{og}$  – сопротивление обмотки якоря, Ом;

 $r_{\partial n}$  – сопротивление обмотки добавочных полюсов, Ом;

 $W_{en}$  – число витков параллельной обмотки на полюс;

 $r_{ob}$  — сопротивление параллельной обмотки, Ом;

 $\Phi_{H}$  – номинальный магнитный поток на полюс, мкс,

а также характеристики намагничивания двигателей  $\Phi = f(F)$  и рабочие характеристики — каталожные зависимости от тока якоря I частоты вращения

n=f(I), момента на валу  $M_{\theta}=f(I)$ , мощности на валу  $P_{\theta}=f(I)$  и коэффициента полезного действия  $\eta=f(I)$ .

Необходимо отметить, что для дальнейших расчетов каталожные данные частоты вращения n и момента M нужно пересчитать в единицах измерения системы СИ:

$$\omega$$
 (рад/с) =  $n$  (об/мин) / 9,55;  $M(H_M) = 9,81M(кгм)$ .

Механические характеристики двигателя независимого возбуждения прямолинейны и представляются формулой:

$$\omega = \frac{U}{\kappa \Phi} - M \frac{R}{(\kappa \Phi)^2}$$
 (Д.1)

Для естественной механической характеристики напряжение равно номинальному  $U=U_{H}$ , поток равен номинальному  $\Phi=\Phi_{H}$ , сопротивление якорной цепи равно внутреннему (невыключаемому):

$$R = r_{OR} + r_{On} + r_{KO} = r_{R};$$

$$\omega = \frac{U_{H}}{\kappa \Phi_{H}} - M \frac{r_{R}}{\left(\kappa \Phi_{H}\right)^{2}}.$$
(Д.2)

При отсутствии данных по сопротивлению якорной цепи величина  $r_{\rm g}$  может быть приближенно определена из условия равенства постоянных и переменных потерь в номинальном режиме по формуле

$$r_{\mathcal{A}} \cong \frac{U_{\mathcal{H}} \cdot I_{\mathcal{H}} - P_{\mathcal{H}}}{2I_{\mathcal{H}}^2}. \tag{Д.3}$$

Произведение  $\kappa \Phi_{H}$  также можно определить через каталожные данные

$$\kappa \Phi_{H} = \frac{U_{H} - I_{H} \cdot r_{g}}{\omega_{H}}.$$
 (Д.4)

Естественная механическая характеристика строится по двум точкам:

$$(\omega_H, M_H) u (\omega_{OH}, M=0).$$

Скорость идеального холостого хода  $\omega_{\text{он}}$  определяется по формуле

$$\omega_{OH} = \frac{U}{\kappa \Phi}. \tag{Д.5}$$

Электромагнитный момент

$$M_{_{_{\scriptstyle H}}}=\kappa\Phi_{_{_{\scriptstyle H}}}\cdot I_{_{_{\scriptscriptstyle H}}}$$
 (Д.6)

двигатель развивает при нормальной частоте вращения  $\omega_{\rm H}$ .

Необходимо отметить, что механические характеристики двигателей  $\omega = f(M)$  строятся в зависимости от электромагнитного момента

$$M = M_{\mathcal{B}} + M_{\mathcal{X}}. \tag{Д.7}$$

Момент потерь холостого хода часто принимают постоянным  $M_{x}=M_{xh}$  и определяют по каталожным данным номинального режима

$$M_{XH} = M_H - M_{_{\scriptscriptstyle GH}}, \tag{Д.8}$$

$$M_{\mathcal{BH}} = \frac{P_{\mathcal{H}} \cdot 10^3}{\omega_{\mathcal{H}}},\tag{Д.9}$$

где  $M_{\it вн}$  – номинальный момент на валу двигателя.

Естественная электромеханическая характеристика  $\omega = f(I)$  определяется соотношением

$$\omega = \frac{U_{\mathcal{H}} - I \cdot r_{\mathcal{H}}}{\kappa \Phi_{\mathcal{H}}} \tag{Д.10}$$

и строится также по двум точкам: ( $\omega_{\!\scriptscriptstyle H}$ ,  $I_{\!\scriptscriptstyle H}$ ) и ( $\omega_{\!\scriptscriptstyle OH}$ ,  $I{=}0$ ).

Часто в рамках автоматизированного электропривода используются характеристики, построенные в относительных единицах (о.е.). Для перехода к о.е. назначаются базовые величины, за которые обычно принимаются номинальные значения:  $U_{\delta} = U_{H}$ ,  $I_{\delta} = I_{H}$ ,  $\Phi_{\delta} = \Phi_{H}$  и лишь за базовую частоту вращения  $\omega_{\delta} = \omega_{OH}$ .

Базовые значения других переменных определяются через базовые значения основных переменных:

$$\begin{split} \boldsymbol{M}_{\boldsymbol{\delta}} &= \boldsymbol{M}_{\scriptscriptstyle{H}} = \boldsymbol{\kappa} \cdot \boldsymbol{\Phi}_{\scriptscriptstyle{H}} \cdot \boldsymbol{I}_{\scriptscriptstyle{H}}; \\ \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{\delta}} &= \boldsymbol{E}_{\scriptscriptstyle{H}} = \boldsymbol{\kappa} \cdot \boldsymbol{\Phi}_{\scriptscriptstyle{H}} \cdot \boldsymbol{\omega}_{\scriptscriptstyle{0H}}; \\ \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{\delta}} &= \boldsymbol{R}_{\scriptscriptstyle{H}} = \boldsymbol{U}_{\scriptscriptstyle{H}} / \boldsymbol{I}_{\scriptscriptstyle{H}}. \end{split}$$

Естественные механическая и электромеханическая характеристики в о.е. совпадают

$$\overline{\omega} = 1 - \overline{M} \cdot \overline{r_g};$$
 $\overline{\omega} = 1 - \overline{I} \cdot \overline{r_g};$ 
 $\overline{M} = \overline{I};$ 
(Д.11)

и строятся по точкам:

$$(\overline{\omega} = 1, \overline{M} = 0)u(\overline{\omega} = 1 - \overline{r_n}, \overline{M} = 1).$$

Использование изображения характеристик в о.е. позволит в дальнейшем легко строить искусственные характеристики и определять параметры схем включения.

## **Д.2** Естественные характеристики двигателя последовательного возбуждения

Двигатели последовательного возбуждения постепенно вытесняются из электроприводов промышленных механизмов асинхронными двигателями. Эти двигатели сохраняют свое место в электроприводе транспортных устройств (электровозы, троллейбусы, трамваи) благодаря их достоинствам для этого типа приводов:

- однопроводное питание;
- поток не зависит от напряжения сети;
- постоянство статической мощности;
- возможность форсирования переходных режимов и т.д.

Обмотка возбуждения двигателя последовательного возбуждения включается в цепь якоря и поток машины определяется током якоря. Механическая и электромеханическая характеристики двигателя определяются кривой намагничивания машины, поэтому естественные характеристики не поддаются аналитическому расчету. Расчет характеристик двигателя — графоаналитический, и исходными данными для расчета являются каталожные кривые — зависимости от тока якоря I момента на валу  $M_6$  и частоты вращения n, а также мощности на валу  $P_6$  и коэффициента полезного действия  $\eta$ .

В каталогах [Д] приводятся также номинальные данные двигателя ( $P_H$ ,  $I_H$ ,  $U_H$ ,  $n_H$ ), а также предельные значения момента  $M_{MAKC.\partial ON}$  и частоты вращения  $\omega_{MAKC}$ , момент инерции якоря  $J_{\partial B}$  или маховый момент  $GD^2 = 4 J_{\partial B}$ . Для двигателей краново-металлургической серии (двигатели типа Д) приводятся значения допускаемых нагрузок P, I, n при каталожных значениях ПВ, что позволяет построить участок электромеханической характеристики.

Для дальнейших расчетов искусственных характеристик целесообразно построить зависимости электромагнитного момента  $M_{3M}(I)$  и тормозного момента  $M_{T}(I)$ . Для этого задаются током якоря  $I_{3ад}$ , по каталожным кривым определяют частоту вращения  $\omega_e$  на естественной электромеханической характеристике и значение момента на валу  $M_{\theta}$  по каталожной зависимости  $M_{\theta}(I)$ .

Электромагнитный момент рассчитывается по соотношению

$$M_{3M} = k\Phi \cdot I_{3a\partial} = \frac{U_H - I_{3a\partial}(r_g + r_{oB})}{\omega_{\varrho}} I_{3a\partial}, \qquad (\text{Д.12})$$

а тормозной момент

$$M_T = 2 \cdot M_{\mathfrak{IM}} - M_m \cdot \tag{Д.13}$$

По результатам расчетов строятся зависимости  $M_{\mathfrak{IM}}(I)$  и  $M_{T}(I)$ , а также естественная механическая характеристика  $\omega = f(M_{\mathfrak{IM}})$ .

## Д.З. Естественные характеристики асинхронного двигателя

В каталогах электротехнической промышленности [ 15, 16] приводятся номинальные данные двигателя:

 $U_{IH}$  – номинальное напряжение статора, В;

 $I_{IH}$  – ток статора, А;

 $P_{H}$  – мощность на валу, кВт;

 $n_{H}$  — частота вращения, об/мин,

 $\cos \varphi_{\!\scriptscriptstyle H}$  – коэффициент мощности;

 $\eta_{\rm H}$  – коэффициент полезного действия,

а также

 $M_{\kappa}$  – максимальный момент, Нм;

 $n_{MAKC}$  — максимальная частота вращения, об/мин;

 $J_{\partial heta}$  — момент инерции ротора, кгм $^2$ .

Для двигателя с фазным ротором:

 $E_{20}$  – напряжение на кольцах заторможенного разомкнутого ротора, В;

 $I_{2H}$  — номинальный ток ротора, А.

Для двигателя с короткозамкнутым ротором:

 $M_n$  – пусковой момент, Нм;

 $I_n$  – пусковой ток статора, А.

Кроме номинальных данных, в каталогах двигателей крановометаллургической серии МТF(H) приводятся каталожные кривые — зависимости от скольжения S момента двигателя M(S), тока статора  $I_I(S)$  и  $cos \varphi(S)$ , а также допускаемые нагрузки P, n, I при каталожных значениях продолжительности включения  $\Pi B_{\text{кат}}$ .

Наиболее точной механической характеристикой асинхронного двигателя является каталожная зависимость M(S), и лишь при отсутствии каталожной зависимости приходится обращаться к приближенным расчетам.

При известных сопротивлениях статора  $r_1$ ,  $x_1$  и ротора  $r_2$ ,  $x_2$  для расчета естественной механической характеристики используют уточненную формулу Клосса:

$$M = \frac{2M_{\kappa} \cdot (1 + aS_{\kappa})}{\frac{S_{\kappa}}{S} + \frac{S}{S_{\kappa}} + 2aS_{\kappa}};$$
 (Д.14)

$$S_{\kappa} = \pm \frac{r_2'}{\sqrt{r_1^2 + (x_1 + x_2')^2}};$$
 (Д.15)

$$a = r_{1}/r'_{2}; \qquad (Д.16)$$

$$M_{\kappa} = \frac{3 \cdot U_{1}^{2} \phi_{H}}{2\omega_{oH}(r_{1} + \sqrt{r_{1}^{2} + (x_{1} + x'_{2})^{2}}}; \qquad (Д.17)$$

$$r'_{2} = k_{e}^{2} \cdot r_{2};$$

$$x'_{2} = k_{e}^{2} \cdot x_{2};$$

$$k_{e} \approx \frac{0.95 \cdot U_{1H}}{E_{20}};$$

$$\omega_{oH} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f_{1H}}{P_{n}};$$

где  $S_{\kappa}$  – критическое скольжение;

 $M_{\kappa}$  — максимальный момент двигателя, Нм; обычно в каталогах приводится  $M_{Ma\kappa c} = M_{\kappa}$ ;

 $r_2'$  – приведенное активное сопротивление ротора, Ом;

 $x_2'$  – приведенное индуктивное сопротивление рассеяния ротора, Ом;

 $k_e$  – коэффициент трансформации;

 $\omega_{\!\scriptscriptstyle O\!H}$  — синхронная скорость вращения поля статора, рад/с;

 $f_{IH}$  – номинальная частота напряжения статора,  $\Gamma$ ц;

 $p_n$  – число пар полюсов.

Если сопротивления цепей неизвестны, то используют формулу (Д.14), в которой принимают a=1, а критическое скольжение рассчитывают по формуле:

$$S_{\kappa} = S_{H} \frac{\mu_{\kappa} \pm \sqrt{\mu_{\kappa}^{2} - 1 + 2\alpha \cdot S_{H}(\mu_{\kappa} - 1)}}{1 - 2\alpha \cdot S_{H}(\mu_{\kappa} - 1)}, \qquad (Д.18)$$

$$S_{H} = \frac{\omega_{OH} - \omega_{H}}{\omega_{OH}},$$

где  $\mu_{\kappa}$  – перегрузочная способность асинхронного двигателя;

 $S_{H}$  — номинальное относительное скольжение.

При увеличении номинальной мощности  $P_{\rm H}$  двигателя величина активного сопротивления статора снижается, а при  $P_{\rm H} > 10$  кВт [ 1 ] можно пренебречь его

величиной  $r_1 \approx 0$ . Тогда a = 0, выражение механической характеристики (Д.14) преобразуется к виду

$$M = \frac{2M_k}{\frac{S_k}{S} + \frac{S}{S_k}},\tag{Д.19}$$

а выражение критического скольжения (Д.18) - к виду

$$S_k = S_H \cdot (\mu_k \pm \sqrt{\mu_k^2 - 1}).$$
 (Д.20)

Момент потерь холостого хода асинхронного двигателя  $M_{\chi}$  рассчитать довольно сложно из-за отсутствия каталожных данных по сопротивлениям статора и ротора. Поэтому в расчетах асинхронного электропривода можно не учитывать момент потерь холостого хода  $(M_{\chi} \approx 0)$ , а электромагнитный момент в установившемся режиме принимать равным статическому моменту.

Электромеханические характеристики асинхронного двигателя — зависимости частоты вращения ротора  $\omega$  от тока статора  $\omega(I_1)$ , от тока ротора  $\omega(I_2)$ , от тока намагничивания  $\omega(I_{\mu})$ . Расчет этих зависимостей достаточно сложен, так как необходим учет сопротивлений статора и ротора и их изменений в зависимости от частоты токов ротора и статора. Также при расчете необходимо учитывать изменение сопротивления контура намагничивания с помощью кривой намагничивания. Чаще всего на стадии проектирования электропривода сопротивления обмоток и кривая намагничивания не известны.

С достаточной точностью для расчета электромеханических характеристик двигателя при питании от цеховой сети (напряжение постоянной амплитуды и частоты) можно использовать формулы профессора В.А.Шубенко. Эти формулы получены при не учете активного сопротивления статора  $(r_1 = 0)$  и используют только каталожные данные двигателя.

Ток холостого хода (ток намагничивания)

$$I_{\mu H} = I_{1H} \cdot (\sin \varphi_H - \frac{S_H}{S_k} \cos \varphi_H) \cdot \tag{Д.21}$$

Ток ротора

$$I_2 = I_{2H} \cdot \sqrt{\frac{M \cdot S}{M_H \cdot S_H}} . \tag{Д.22}$$

Ток статора

$$I_1 = \sqrt{I_{\mu\mu}^2 + (I_{1\mu}^2 - I_{\mu\mu}^2) \frac{M \cdot S}{M_{\mu} \cdot S_{\mu}}}$$
 (Д.23)

При известных величинах сопротивлений статора и ротора расчет токов в этих цепях выполняется известными из ТОЭ методами расчета цепей переменного тока для Т- образной или Г-образной схем замещения асинхронного двигателя [7]

или с помощью его круговой диаграммы [ 16 ]. Алгоритм расчета характеристик и энергетических показателей асинхронного двигателя приведен в приложении Е (программа "harad. exe").

Если сопротивления цепей статора и ротора неизвестны, их можно рассчитать (с довольно большой погрешностью) через каталожные данные двигателя.

Для двигателя с фазным ротором:

$$\begin{split} r_{2} & \cong \frac{E_{20}}{\sqrt{3} \cdot I_{2H}} S_{H}; \\ r_{1} & \approx = r_{2}'; \\ x_{\kappa} & \approx \sqrt{r_{2}'^{2}/S_{k}^{2} - r_{1}^{2}}; \\ x_{1} & = x_{2}' & \cong \frac{x_{\kappa}}{2}; \\ x_{\mu} & \cong \frac{U_{1H}}{I_{\mu H}} - x_{1}. \end{split}$$

Для двигателя с короткозамкнутым ротором:  $r_2' \cong \frac{M_n \cdot \omega_{0H}}{3I_n^2}$  .