

Двухмассовая упругая система

И.1 Структурная схема механической части электропривода

Механическая часть электропривода включает в себя движущиеся массы двигателя, передачи и рабочей машины. Структурные схемы механической части должны учитывать упругие связи и распределение моментов инерции между двигателем и рабочей машиной. Многомассовые упругие системы чаще всего сворачиваются в двухмассовые системы с присоединением малых маховых масс к звеньям механической части, обладающих большими маховыми массами, т.е. к ротору двигателя и рабочей машине [1].

Дифференциальные уравнения, описывающие поведение двухмассовой упругой системы, без учёта диссипативных сил и зазоров в передаче, имеют вид [1]:

$$\begin{aligned} M - M_{12} - M_{c1} &= J_1 \cdot \frac{d\omega_1}{dt}; \\ M_{12} - M_{c2} &= J_2 \cdot \frac{d\omega_2}{dt}; \\ M_{12} &= c_{np} \cdot (\varphi_1 - \varphi_2). \end{aligned} \tag{И.1}$$

Продифференцировав во времени последнее уравнение, перепишем систему дифференциальных уравнений.. Положим, что

$$\begin{aligned} M_{c1} &= \Delta M = \Delta M_{nep} + M_x; \\ M_{c2} &= M_{pc}; \\ J_1 &= \delta J_{\partial\omega}; \\ J_2 &= J_{np}. \end{aligned}$$

Оставим в левой части члены уравнений, содержащие производные

$$\begin{aligned} \delta J_{\partial\omega} \cdot \frac{d\omega_1}{dt} &= M - M_{12} - \Delta M; \\ J_{np} \cdot \frac{d\omega_2}{dt} &= M_{12} - M_{pc}; \\ \frac{1}{c_{np}} \cdot \frac{dM_{12}}{dt} &= \omega_1 - \omega_2. \end{aligned} \tag{И.2}$$

Принимаем в качестве базовых величин номинальные данные двигателя:

$$\omega_{\bar{\omega}} = \omega_{0H}; \quad M_{\bar{\omega}} = M_H.$$

Получим систему дифференциальных уравнений в о.е.

$$\begin{aligned} \delta J_{\partial \omega} \cdot \frac{\omega_{0H}}{M_H} \cdot \frac{d\bar{\omega}_1}{dt} &= \bar{M} - \bar{M}_{12} - \Delta \bar{M}; \\ \frac{1}{C_{np}} \cdot \frac{M_H}{\omega_{0H}} \cdot \frac{d\bar{M}_{12}}{dt} &= \bar{\omega}_1 - \bar{\omega}_2; \\ J_{np} \cdot \frac{\omega_{0H}}{M_H} \cdot \frac{d\bar{\omega}_2}{dt} &= \bar{M}_{12} - \bar{M}_{pc}. \end{aligned} \quad (\text{И.3})$$

Коэффициенты при производных представляют собой постоянные времени:  
двигателя

$$T_{\partial \omega} = \delta J_{\partial \omega} \cdot \frac{\omega_{0H}}{M_H}; \quad (\text{И.4})$$

упругого звена

$$T_c = M_H / (C_{np} \cdot \omega_{0H}); \quad (\text{И.5})$$

рабочего органа

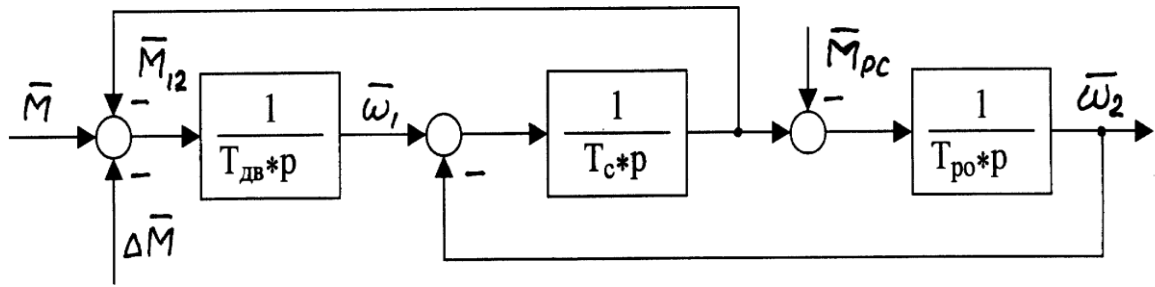
$$T_{po} = J_{np} \cdot \frac{\omega_{0H}}{M_H}. \quad (\text{И.6})$$

Структурная схема двухмассовой упругой системы представлена на рис. И.1,а. Главные инерционные массы, представленные интегрирующими звеньями с постоянными времени  $T_{\partial \omega}$  и  $T_{po}$ , разделены интегрирующим звеном с постоянной времени  $T_c$ .

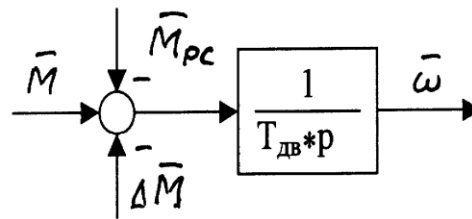
В идеально жесткой механической системе  $T_c = 0$  и структурная схема механической части преобразуется в интегрирующее звено (см. рис. И.1б) с механической постоянной времени

$$T_{\partial \omega} = (\delta J_{\partial \omega} + J_{np}) \cdot \frac{\omega_{0H}}{M_H} = T_{\partial \omega} + T_{po}. \quad (\text{И.7})$$

Учёт упругих связей в механической части электропривода приводит к разделению вращающихся инерционных масс двигателя и рабочей машины включением между ними упругого элемента. В результате переходный процесс упругой системы описывается системой дифференциальных уравнений третьего порядка (для двухмассовой упругой системы) и уравнением механической характеристики двигателя.



а)



б)

Рисунок И.1 Структурные схемы:  
а) двухмассовой упругой системы;  
б) идеально жёсткой механической системы

## И2 Переходный процесс упругой системы

В п. И.1 приведена структурная схема двухмассовой упругой системы и подробно рассмотрено определение коэффициентов и постоянных времени механической части электропривода.

Переходный процесс в электроприводе с упругой связью может быть рассчитан по аналитическим выражениям [7].

Если принять момент двигателя  $M = const$  и статический момент  $M_{pc} = const$ , а также не учитывать коэффициент затухания системы от действия диссипативных сил (типа вязкого трения), уравнения нагрузочных диаграмм при нулевых начальных условиях примут вид:

$$\omega_1(t) = \xi_{cp} t + \frac{J_{np} \xi_{cp}}{\delta J_{\partial\delta} \Omega_{12}} \cdot \sin(\Omega_{12} t); \quad (\text{И.11})$$

$$\omega_2(t) = \xi_{cp} t - \frac{\xi_{cp}}{\Omega_{12}} \cdot \sin(\Omega_{12} t); \quad (\text{И.12})$$

$$M_{12}(t) = J_{np} \xi_{cp} \cdot (1 - \cos[\Omega_{12} t]) + M_{pc}. \quad (\text{И.13})$$

В этих формулах

$$\xi_{cp} = \frac{M - \Delta M - M_{pc}}{\delta J_{\partial\delta} + J_{np}}; \quad (\text{И.14})$$

$$\Omega_{12} = \sqrt{\frac{c_{12} \cdot (\delta \delta_{\partial \delta} + J_{np})}{\delta J_{\partial \delta} J_{np}}}. \quad (\text{И.15})$$

За счёт колебаний упругого момента  $M_{12}$  максимальная нагрузка передач увеличивается и может существенно превысить среднюю нагрузку, соответствующую жесткому приведенному звену,

$$M_{12cp} = J_{np} \xi_{cp} + M_{pc}.$$

Это превышение нагрузки оценивается динамическим коэффициентом

$$k_{\delta} = \frac{M_{12, макс}}{M_{12cp}} = \frac{2 \cdot J_{np} \xi_{cp} + M_{cp}}{J_{np} \xi_{cp} + M_{cp}}. \quad (\text{И.16})$$

Динамический коэффициент  $k_{\delta}$  является важной характеристикой условий работы механического оборудования и одним из основных показателей динамических качеств системы электропривода.

Естественное демпфирование колебаний механической части электропривода, создаваемое диссипативными силами (типа сил вязкого трения), весьма невелико и максимум динамической нагрузки снижается при наибольшем коэффициенте затухания всего на 15% [10]. Это позволяет не учитывать его влияние при расчёте максимальных динамических нагрузок в переходных процессах.

Значительно увеличивают динамический коэффициент  $k_{\delta}$  и зазоры в передаче. Однако на стадии проектирования электропривода их величины не известны, поэтому в данном пособии их влияние на переходные процессы не рассматриваются.

В реальном переходном процессе момент двигателя изменяется во времени  $M(t)$  и описывается уравнениями электромеханического преобразования энергии. В уравнении (И.14) появится  $M = M(t)$ , ускорение  $\xi_{cp}$  в уравнениях (И.11 – И.13) также будет переменной величиной, расчёт переходного процесса придется выполнять совместным решением уравнений двухмассовой системы и электромеханического преобразования энергии. Такой расчёт выполняется на ЭВМ. Приведенные в приложениях И программы расчётов позволяют рассчитать такие переходные процессы.

Динамический коэффициент  $k_{\delta}$  можно рассчитать при сравнении переходных процессов, построенных для жесткой приведенной системы при  $T_c=0$  и для двухмассовой упругой системы с конечным значением жесткости  $T_c \neq 0$ .

В результате расчёта определяют влияние упругих связей на время переходного процесса, на нагрев двигателя, на величину дополнительной нагрузки механической части, на величины ускорений и точность выполнения технологических требований рабочей машины.